

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования



**Пермский национальный исследовательский
политехнический университет**

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по образовательной
деятельности

 И.Ю.Черникова

« 20 » сентября 20 24 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина: Математический анализ 1
(наименование)

Форма обучения: очная
(очная/очно-заочная/заочная)

Уровень высшего образования: бакалавриат
(бакалавриат/специалитет/магистратура)

Общая трудоёмкость: 648 (18)
(часы (ЗЕ))

Направление подготовки: 01.03.02 Прикладная математика и информатика
(код и наименование направления)

Направленность: Математическое моделирование (СУОС)
(наименование образовательной программы)

1. Общие положения

1.1. Цели и задачи дисциплины

Освоение студентами методов математического аппарата, приобретение знаний и умений в соответствии ФГОС ВО. Дисциплина содействует фундаментализации образования, формированию мировоззрения и развитию системного мышления. Она знакомит студентов с основными понятиями и методами теории пределов, дифференциального и интегрального исчисления функций одной и нескольких действительных переменных, теории рядов. Дисциплина является базовой для изучения всех математических и специальных дисциплин. Она характеризуется широтой охвата материала, строгостью и полнотой доказательств рассматриваемых утверждений.

Изучение основных понятий математического анализа; формирование умения решать типовые процедурные задачи математического анализа; формирование умения использовать систему знаний дисциплины для адекватного математического моделирования различных процессов; формирование приемов и навыков практического исследования задач с помощью основных и выводимых из основных утверждений математического анализа; формирование навыков применения методов дифференциального и интегрального исчисления; формирование навыков применения методов интегрального исчисления функции нескольких переменных.

1.2. Изучаемые объекты дисциплины

Математические объекты (последовательности, функции одной и нескольких переменных, ряды, функции нескольких переменных, кратные интегралы, интегралы, зависящие от параметра); Операции над объектами и характеристики объектов (предел, непрерывность, операции дифференцирования и интегрирования, экстремумы и т.д.); Основные математические методы исследования объектов

1.3. Входные требования

Не предусмотрены

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине

Компетенция	Индекс индикатора	Планируемые результаты обучения по дисциплине (знать, уметь, владеть)	Индикатор достижения компетенции, с которым соотнесены планируемые результаты обучения	Средства оценки
-------------	-------------------	---	--	-----------------

Компетенция	Индекс индикатора	Планируемые результаты обучения по дисциплине (знать, уметь, владеть)	Индикатор достижения компетенции, с которым соотнесены планируемые результаты обучения	Средства оценки
ОПК-1	ИД-1ОПК-1	Знает правила и методы вычисления пределов, дифференцирования, основные методы исследования функций с помощью производной; аналитические методы интегрирования функции одной переменной, геометрические и физические приложения интегралов; методы вычисления пределов, дифференцирования функции нескольких переменных; методы исследования числовых и функциональных рядов на сходимость и разложения функций в ряды Тейлора и Маклорена. интегральное исчисление функции нескольких переменных; методы вычисления интегралов, зависящих от параметра; способы вычисления криволинейных и поверхностных интегралов; элементы теории поля	Знает основы фундаментальной и прикладной математики, основы вычислительной техники и программирования	Контрольная работа
ОПК-1	ИД-2ОПК-1	Умеет находить пределы, дифференцировать, находить наибольшее и наименьшее значение, исследовать функции одной действительной переменной; вычислять определенные и неопределенные интегралы; находить пределы и производные, экстремумы функций нескольких переменных; выполнять приближенные вычисления с помощью рядов, исследовать на равномерную сходимость функциональные	Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных знаний, методов математического анализа и моделирования	Тест

Компетенция	Индекс индикатора	Планируемые результаты обучения по дисциплине (знать, уметь, владеть)	Индикатор достижения компетенции, с которым соотнесены планируемые результаты обучения	Средства оценки
		<p>последовательности и ряды; применять интегральное исчисление функции нескольких переменных при решении задач; вычислять интегралы, зависящие от параметра; вычислять криволинейные и поверхностные интегралы; применять теорию поля при решении практических задач.</p>		
ОПК-1	ИД-3ОПК-1	<p>Владеет навыками решения задач из раздела теории пределов; приемами исследования функции; навыками решения задач из раздела интегральное исчисление; методами решения задач из разделов теории рядов; навыками решения задач из раздела интегральное исчисление функции нескольких переменных; приемами исследования интегралов, зависящих от параметра; навыками решения задач из раздела криволинейные и поверхностные интегралы; методами решения задач из раздела элементы теории поля.</p>	<p>Владеет навыками теоретического исследования объектов профессиональной деятельности</p>	Экзамен

3. Объем и виды учебной работы

Вид учебной работы	Всего часов	Распределение по семестрам в часах		
		Номер семестра		
		1	2	3
1. Проведение учебных занятий (включая проведение текущего контроля успеваемости) в форме:	324	126	72	126
1.1. Контактная аудиторная работа, из них:				
- лекции (Л)	136	50	32	54
- лабораторные работы (ЛР)				
- практические занятия, семинары и (или) другие виды занятий семинарского типа (ПЗ)	176	72	36	68
- контроль самостоятельной работы (КСР)	12	4	4	4
- контрольная работа				
1.2. Самостоятельная работа студентов (СРС)	252	54	36	162
2. Промежуточная аттестация				
Экзамен	72		36	36
Дифференцированный зачет	9	9		
Зачет				
Курсовой проект (КП)				
Курсовая работа (КР)				
Общая трудоемкость дисциплины	648	180	144	324

4. Содержание дисциплины

Наименование разделов дисциплины с кратким содержанием	Объем аудиторных занятий по видам в часах			Объем внеаудиторных занятий по видам в часах
	Л	ЛР	ПЗ	СРС
1-й семестр				

Наименование разделов дисциплины с кратким содержанием	Объем аудиторных занятий по видам в часах			Объем внеаудиторных занятий по видам в часах
	Л	ЛР	ПЗ	СРС
Элементы теории множеств, предел числовой последовательности	6	0	14	6
Предмет математического анализа. Элементы теории множеств. Мощность множества. Ограниченные и неограниченные множества. Верхние и нижние грани числовых множеств. Понятие функции. Обратная функция. Отображение функции. Способы задания функции. Понятие последовательности и ее сходимости. Предел последовательности. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Ограниченные и неограниченные последовательности. Основные свойства сходящихся последовательностей: арифметические операции; свойства, выраженные неравенствами. Сходимость монотонных последовательностей, число ϵ . Подпоследовательности, предельные точки последовательности. Теорема Больцано-Вейерштрасса. Верхний и нижний пределы последовательности. Критерий Коши сходимости последовательности, понятие фундаментальности последовательности.				
Предел и непрерывность функции одной переменной	12	0	18	10
Определение функции. Определение предельного значения функции в точке по Коши и по Гейне и их эквивалентность. Односторонние пределы. Бесконечно малые и бесконечно большие функции на бесконечности. Арифметические операции над функциями, имеющими предел. Замечательные пределы. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших функций. Критерий Коши существования предела функции. Непрерывность функции одной переменной: определение непрерывности функции в точке и на множестве. Эквивалентность различных определений непрерывности. Односторонняя непрерывность. Точки разрыва и их классификация. Предел и непрерывность монотонной функции. Теорема существования обратной функции. Непрерывность сложной функции. Непрерывность основных элементарных функций. Свойства непрерывных функций на отрезке: теоремы Больцано-Коши, теоремы Вейерштрасса; равномерная непрерывность, теорема Кантора.				
Дифференциальное исчисление функции одной переменной.	14	0	20	20
Определение производной функции в точке, геометрический и физический смысл производной. Односторонние производные. Понятие дифференцируемости функции в точке, связь				

Наименование разделов дисциплины с кратким содержанием	Объем аудиторных занятий по видам в часах			Объем внеаудиторных занятий по видам в часах
	Л	ЛР	ПЗ	СРС
<p>между дифференцируемостью и непрерывностью. Основные правила дифференцирования. Производные сложной и обратной функций. Производные основных элементарных функций. Первый дифференциал, инвариантность его формы. Производные и дифференциалы высших порядков, формула Лейбница. Основные свойства дифференцируемых функций: теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши. Правило Лопиталя раскрытия неопределенностей. Формула Тейлора. Разложение по формуле Маклорена некоторых элементарных функций. Исследование функций с помощью производных. Условия постоянства функций, возрастания и убывания функций. Локальный экстремум функции, необходимые и достаточные условия локального экстремума. Наибольшее и наименьшее значения функции. Направление выпуклости графика функции и точки перегиба. Асимптоты графика функции.</p>				
Функции нескольких переменных.	18	0	20	18
<p>Предел и непрерывность функций нескольких переменных. Понятие n-мерного координатного и n-мерного векторного пространства. Окрестность точки; открытые и замкнутые множества; предельные, граничные точки множества, точки прикосновения; связные множества, области. Сходимость последовательности точек, критерий Коши, теорема Больцано - Вейерштрасса. Предел функции n переменных в точке. Понятие предела по направлению, повторные пределы. Непрерывность функции n переменных. Свойства непрерывных функций на ограниченных замкнутых множествах. Понятие частной производной. Два определения дифференцируемости-функции в точке, их эквивалентность. Дифференцируемость и непрерывность. Необходимое условие дифференцируемости. Достаточное условие дифференцируемости. Непрерывно дифференцируемые функции. Дифференцирование сложной функции. Первый дифференциал, инвариантность его формы. Частные производные высших порядков. Теорема о равенстве смешанных производных. Дифференциалы высших порядков, неинвариантность их формы. Формула Тейлора. Понятие локального экстремума. Необходимое условие экстремума. Достаточное условие экстремума. Наибольшее и наименьшее значения функции. Условный экстремум ФНП.</p>				
ИТОГО по 1-му семестру	50	0	72	54

Наименование разделов дисциплины с кратким содержанием	Объем аудиторных занятий по видам в часах			Объем внеаудиторных занятий по видам в часах
	Л	ЛР	ПЗ	СРС
2-й семестр				
Интегральное исчисление функции одной независимой переменной.	14	0	18	12
<p>Понятие первообразной и неопределенного интеграла. Основные свойства неопределенного интеграла. Таблица основных неопределенных интегралов. Основные правила интегрирования: замена переменной, интегрирование по частям. Разложение правильной рациональной дроби на простейшие; интегрирование рациональных функций, метод неопределенных коэффициентов. Интегрирование иррациональных выражений: дробно-линейных иррациональностей, квадратичных иррациональностей (подстановки Эйлера). Интегрирование дифференциального бинорма (подстановки Чебышева). Интегрирование тригонометрических выражений.</p> <p>Понятие определенного интеграла, сумма Римана. Суммы Дарбу и их свойства. Необходимое условие интегрируемости. Необходимое и достаточное условия существования определенного интеграла. Классы интегрируемых функций. Свойства определенного интеграла: арифметические операции над интегрируемыми функциями; свойства интеграла, выраженные неравенствами; теоремы о среднем. Основная формула интегрального исчисления. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле.</p> <p>Геометрические приложения определенного интеграла: вычисление длины дуги спрямляемой кривой, площади криволинейной трапеции и криволинейного сектора, вычисление объема тел вращения.</p> <p>Понятие несобственного интеграла первого рода и его сходимости. Критерий Коши сходимости несобственных интегралов. Интегралы от знакоположительной функции: критерий сходимости, признаки сравнения в простой и предельной форме. Сходимость интеграла от функции произвольного знака, абсолютная и условная сходимости. Признак Абеля-Дирихле. Несобственные интегралы второго рода. Условия существования и признаки сходимости. Связь с интегралами первого рода.</p>				
Числовые ряды	6	0	8	8
Числовой ряд и его сходимости. Критерий Коши. Основные свойства сходящихся рядов, необходимое условие сходимости. Критерий сходимости знакоположительного ряда. Признаки сравнения в простой и предельной форме.				

Наименование разделов дисциплины с кратким содержанием	Объем аудиторных занятий по видам в часах			Объем внеаудиторных занятий по видам в часах
	Л	ЛР	ПЗ	СРС
Признаки Даламбера, Коши, Раабе, интегральный признак. Абсолютная и условная сходимость знакопеременных рядов. Признак Лейбница. Признак Абеля-Дирихле. Перестановка членов сходящегося ряда: теоремы Коши и Римана. Сочетательное свойство сходящихся рядов.				
Функциональные последовательности и ряды.	12	0	10	16
Функциональные последовательности и ряды: Понятие функциональной последовательности и функционального ряда. Равномерная сходимость на множестве, критерий Коши равномерной сходимости. Достаточные признаки равномерной сходимости: признак Вейерштрасса, признак Абеля-Дирихле, признак Дини. Свойства равномерно сходящихся последовательностей и рядов: непрерывность суммы (предельной функции), почленное интегрирование и дифференцирование. Степенной ряд и область его сходимости, теорема Коши-Адамара. Функциональные свойства степенных рядов. Разложение функций в степенные ряды. Ряды Тейлора. Оценка погрешностей. Ортогональные системы функций. Свойства периодических функций. Определение коэффициентов Фурье; случай четной и нечетной функций. Разложение функций в ряд Фурье. Интеграл Дирихле. Принцип локализации. Теорема о сходимости ряда Фурье в точке. Разложение функций, заданных на отрезке, только по синусам или только по косинусам. Коэффициенты Фурье и ряд Фурье по ортогональной системе. Неравенство Бесселя. Равномерная сходимость тригонометрического ряда Фурье. Полнота тригонометрической системы функций. Равномерная аппроксимация функций тригонометрическими и алгебраическими многочленами. Теорема Вейерштрасса.				
ИТОГО по 2-му семестру	32	0	36	36
3-й семестр				
Кратные и криволинейные интегралы.	18	0	22	40
Определение двойного интеграла. Необходимое условие интегрируемости функции. Условия существования интеграла. Классы интегрируемых функций. Вычисление двойного интеграла путем сведения к повторному: а) случай прямоугольной области; б) случай произвольной области. Преобразование плоских областей. Криволинейные координаты, выражение площади в криволинейных координатах. Замена переменных в двойном интеграле. Примеры применения двойного интеграла: для вычисления площади				

Наименование разделов дисциплины с кратким содержанием	Объем аудиторных занятий по видам в часах			Объем внеаудиторных занятий по видам в часах
	Л	ЛР	ПЗ	СРС
<p>квадрируемой фигуры, для вычисления объема криволинейного цилиндра, для вычисления механических величин (массы пластинки, координат центра тяжести пластинки). Определение тройного интеграла, его свойства, вычисление путем сведения к повторному, замена переменных в тройном интеграле. Примеры применения тройного интеграла. Криволинейные интегралы первого рода. Определение, свойства, условия существования, способ вычисления, механическая интерпретация. Криволинейные интегралы второго рода. Определение, свойства, способ вычисления. Криволинейный интеграл по замкнутому контуру. Механическая интерпретация. Условия независимости криволинейного интеграла второго рода от пути интегрирования. Формула Грина. Нахождение функции по ее полному дифференциалу.</p>				
Поверхностные интегралы.	12	0	14	40
<p>Поверхностный интеграл первого рода. Определение способ вычисления. Механические приложения. Двусторонние поверхности, ориентация поверхности Поверхностный интеграл второго рода. Определение сведение поверхностного интеграла к двойному, связь с интегралом первого рода. Формула Остроградского. Формула Стокса, применение ее к исследованию пространственных криволинейных интегралов.</p>				
Элементы теории поля	14	0	20	42
<p>Понятие скалярного поля, градиент, линии и поверхности уровня. Понятие векторного поля, векторные линии. Поток векторного поля: определение и вычисление. Дивергенция векторного поля, вычисление дивергенции в декартовых координатах, свойства дивергенции. Циркуляция векторного поля. Ротор векторного поля, вычисление ротора в декартовых координатах. Формулы Остроградского и Стокса в векторной форме. Оператор Гамильтона. Запись с помощью оператора Гамильтона. Дифференциальные операции второго порядка и их свойства. Потенциальное векторное поле: условия потенциальности, свойства потенциального поля. Соленоидальное векторное поле: условия и свойства соленоидального поля. Оператор Лапласа.</p>				
Интегралы, зависящие от параметра. Эйлеровы интегралы.	10	0	12	40
Понятие собственного интеграла, зависящего от				

Наименование разделов дисциплины с кратким содержанием	Объем аудиторных занятий по видам в часах			Объем внеаудиторных занятий по видам в часах
	Л	ЛР	ПЗ	СРС
параметра. Непрерывность, интегрируемость и дифференцируемость собственного интеграла, зависящего от параметра. Несобственные интегралы первого и второго рода, зависящие от параметра: равномерная сходимость, критерий Коши равномерной сходимости; достаточные признаки равномерной сходимости. Свойства равномерно сходящихся несобственных интегралов, зависящих от параметра: непрерывность, дифференцируемость и интегрируемость; изменение порядка двух несобственных интегрирований. Эйлеровы интегралы $\Gamma(a)$ и $B(a;b)$ и их свойства.				
ИТОГО по 3-му семестру	54	0	68	162
ИТОГО по дисциплине	136	0	176	252

Тематика примерных практических занятий

№ п.п.	Наименование темы практического (семинарского) занятия
1	Операции над множествами и их свойства.
2	Ограниченные и неограниченные множества, определение точных граней. Принцип вложенности отрезков. Отображение множеств.
3	Понятие последовательности и ее сходимости.
4	Предел последовательности. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности.
5	Ограниченные и неограниченные последовательности. Основные свойства сходящихся последовательностей.
6	Подпоследовательности, предельные точки последовательности.
7	Контрольная работа
8	Определение функции. Односторонние пределы.
9	Бесконечно малые и бесконечно большие функции на бесконечности.
10	Арифметические операции над функциями, имеющими предел.
11	Замечательные пределы.
12	Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших функций.
13	Определение непрерывности функции в точке и на множестве. Односторонняя непрерывность.
14	Точки разрыва и их классификация.
15	Равномерная непрерывность, теорема Кантора.
16	Контрольная работа

№ п.п.	Наименование темы практического (семинарского) занятия
17	Определение производной функции в точке, геометрический и физический смысл производной.
18	Основные правила дифференцирования.
19	Производные сложной и обратной функций. Производные основных элементарных функций.
20	Производная функции, заданной параметрически. Логарифмическое дифференцирование.
21	Первый дифференциал, инвариантность его формы.
22	Производные и дифференциалы высших порядков, формула Лейбница. Основные теоремы дифференциального исчисления.
23	Исследование функций с помощью производных. Локальный экстремум функции, необходимые и достаточные условия локального экстремума.
24	Направление выпуклости графика функции и точки перегиба. Асимптоты графика функции.
25	Наибольшее и наименьшее значения функции.
26	Контрольная работа
27	Предел функции по переменным в точке. Понятие предела по направлению, повторные пределы.
28	Непрерывность функции по переменным. Свойства непрерывных функций на ограниченных замкнутых множествах.
29	Понятие частной производной.
30	Дифференцирование сложной функции. Первый дифференциал, инвариантность его формы.
31	Частные производные высших порядков. Теорема о равенстве смешанных производных.
32	Дифференциалы высших порядков, инвариантность их формы.
33	Формула Тейлора.
34	Понятие локального экстремума. Необходимое условие экстремума. Достаточное условие экстремума.
35	Наибольшее и наименьшее значения функции. Условный экстремум.
36	Контрольная работа
37	Понятие первообразной и неопределенного интеграла. Таблица основных неопределенных интегралов. Основные правила интегрирования: замена переменной, интегрирование по частям.
38	Разложение правильной рациональной дроби на простейшие; интегрирование рациональных функций, метод неопределенных коэффициентов.
39	Интегрирование иррациональных выражений: дробно-линейных иррациональных, квадратичных иррациональностей.
40	Интегрирование дифференциального бинома. Интегрирование тригонометрических выражений.
41	Контрольная работа
42	Понятие определенного интеграла; свойства интеграла, выраженные неравенствами; теоремы о среднем. Свойства определенного интеграла с верхним переменным пределом. Основная формула интегрального исчисления.
43	Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле.

№ п.п.	Наименование темы практического (семинарского) занятия
44	Геометрические приложения определенного интеграла.
45	Понятие несобственного интеграла первого рода и его сходимость. Сходимость интеграла от функции произвольного знака, абсолютная и условная сходимость. Признак Абеля-Дирихле. Несобственные интегралы второго рода. Условия существования и признаки сходимости. Связь с интегралами первого рода.
46	Числовой ряд и его сходимость. Основные свойства сходящихся рядов, необходимое условие сходимости. Признаки сравнения в простой и предельной форме.
47	Признаки Даламбера, Коши, Раабе, интегральный признак.
48	Абсолютная и условная сходимость знакопеременных рядов. Признак Лейбница. Признак Абеля-Дирихле.
49	Контрольная работа
50	Понятие функциональной последовательности и функционального ряда. Равномерная сходимость. Достаточные признаки равномерной сходимости: признак Вейерштрасса, признак Абеля-Дирихле, признак Дини. Свойства равномерно сходящихся последовательностей и рядов: непрерывность суммы (предельной функции), почленное интегрирование и дифференцирование.
51	Степенной ряд и область его сходимости, теорема Коши-Адамара. Разложение функций в степенные ряды. Ряды Тейлора.
52	Ортогональные системы функций. Свойства периодических функций. Определение коэффициентов Фурье; случай четной и нечетной функций. Разложение функций в ряд Фурье.
53	Разложение функций, заданных на отрезке, только по синусам или только по косинусам.
54	Контрольная работа
55	Вычисление двойного интеграла путем сведения к повторному: а) случай прямоугольной области; б) случай произвольной области. Преобразование плоских областей.
56	Криволинейные координаты, выражение площади в криволинейных координатах. Замена переменных в двойном интеграле.
57	Примеры применения двойного интеграла: для вычисления площади криволинейной фигуры, для вычисления объема криволинейного цилиндра, для вычисления механических величин.
58	Определение тройного интеграла, его свойства, вычисление путем сведения к повторному.
59	Замена переменных в тройном интеграле. Примеры применения тройного интеграла.
60	Замена переменных в тройном интеграле. Примеры применения тройного интеграла.
61	Криволинейные интегралы первого рода. Метод вычисления, механическая интерпретация.
62	Криволинейные интегралы второго рода.
63	Криволинейный интеграл по замкнутому контуру.
64	Условия независимости криволинейного интеграла второго рода от пути интегрирования.
65	Контрольная работа
66	Поверхностный интеграл первого рода. Механические приложения.
67	Двусторонние поверхности, ориентация поверхности. Поверхностный интеграл второго рода.

№ п.п.	Наименование темы практического (семинарского) занятия
68	Сведение поверхностного интеграла к двойному, связь с интегралом первого рода.
69	Сведение поверхностного интеграла к двойному, связь с интегралом первого рода.
70	Формула Остроградского.
71	Формула Стокса.
72	Контрольная работа
73	Понятие скалярного поля, градиент, линии и поверхности уровня.
74	Понятие векторного поля, векторные линии.
75	Поток векторного поля.
76	Дивергенция. Циркуляция. Ротор.
77	Формулы Остроградского и Стокса в векторной форме.
78	Формулы Остроградского и Стокса в векторной форме.
79	Потенциальные и соленоидальные векторные поля.
80	Оператор Гамильтона.
81	Дифференциальные операции второго порядка и их свойства.
82	Контрольная работа
83	Понятие собственного интеграла, зависящего от параметра. Непрерывность, интегрируемость и дифференцируемость собственного интеграла, зависящего от параметра.
84	Несобственные интегралы первого и второго рода, зависящие от параметра: равномер] сходимость.
85	Несобственные интегралы первого и второго рода, зависящие от параметра. Равномерная сходимость.
86	Свойства равномерно сходящихся несобственных интегралов, зависящих от параметра. Эйлеровы интегралы.
87	Эйлеровы интералы.
88	Контрольная работа

5. Организационно-педагогические условия

5.1. Образовательные технологии, используемые для формирования компетенций

Проведение лекционных занятий по дисциплине основывается на активном методе обучения, при котором учащиеся не пассивные слушатели, а активные участники занятия, отвечающие на вопросы преподавателя. Вопросы преподавателя нацелены на активизацию процессов усвоения материала. Преподаватель заранее намечает список вопросов, стимулирующих ассоциативное мышление и установления связей с ранее освоенным материалом.

Практическое занятие проводится по своему алгоритму. При проведении практических занятий преследуются следующие цели: у каждого обучающегося должен быть выработан определенный профессиональный подход к решению каждой задачи и интуиция; применение знаний дисциплины для решения профессиональных задач.

5.2. Методические указания для обучающихся по изучению дисциплины

<p>При изучении дисциплины обучающимся целесообразно выполнять следующие рекомендации:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Изучение учебной дисциплины должно вестись систематически. 2. После изучения какого-либо раздела по учебнику или конспектным материалам рекомендуется по памяти воспроизвести основные термины, определения, понятия раздела. 3. Особое внимание следует уделить выполнению отчетов по практическим занятиям и индивидуальным комплексным заданиям на самостоятельную работу. 4. Вся тематика вопросов, изучаемых самостоятельно, задается на лекциях преподавателем. Им же даются источники (в первую очередь вновь изданные в периодической научной литературе) для более детального понимания вопросов, озвученных на лекции.

6. Перечень учебно-методического и информационного обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

6.1. Печатная учебно-методическая литература

№ п/п	Библиографическое описание (автор, заглавие, вид издания, место, издательство, год издания, количество страниц)	Количество экземпляров в библиотеке
1. Основная литература		
1	Берман Г. Н. Сборник задач по курсу математического анализа : учебное пособие. 22-е изд., перераб. Москва : Альянс, 2022. 432 с. 27,0 усл. печ. л.	47
2	Задачи и упражнения по математическому анализу для втузов : учебное пособие / Бараненков Г. С., Демидович Б. П., Ефименко В. А., Коган С. М. Москва Владимир : Астрель : АСТ : ВКТ, 2010. 495 с. 31,0 усл. печ. л.	47
3	Краткий курс математического анализа. Дифференциальное и интегральное исчисления функций многих переменных. Гармонический анализ. Москва : Физматлит, 2008. 424 с.	20
4	Курс математического анализа. Т. 1: Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной. Москва : Дрофа, 2008. 703 с.	44
5	Основы математического анализа. Ч. 1. 15-е изд., стер. Санкт-Петербург [и др.] : Лань, 2023. 440 с. 23,52 усл. печ. л.	20
6	Основы математического анализа. Ч. 2. 14-е изд., стер. Санкт-Петербург [и др.] : Лань, 2023. 463 с. 24,36 усл. печ. л.	20
2. Дополнительная литература		
2.1. Учебные и научные издания		
1	Дифференциальное и интегральное исчисления. Т. 1. Москва : Альянс, 2021. 416 с. 26,0 усл. печ. л.	81
2	Дифференциальное и интегральное исчисления. Т. 2. Стер. Москва : Альянс, 2021. 544 с. 34,0 усл. печ. л.	21
3	Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т. 2. 11-е изд., стер. Санкт-Петербург [и др.] : Лань, 2017. 800 с. 42,0 усл. печ. л.	5
4	Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т. 3. 9-е изд., стер. Санкт-Петербург [и др.] : Лань, 2017. 656 с. 34,44 усл. печ. л.	5
2.2. Периодические издания		

	Не используется	
2.3. Нормативно-технические издания		
	Не используется	
3. Методические указания для студентов по освоению дисциплины		
	Не используется	
4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студента		
1	Смышляева Т. В., Рекка Е. Ю. Математика: введение в анализ, дифференциальное исчисление функции одной переменной : учебное пособие для вузов. Пермь : ПНИПУ, 2013. 250 с. 15,75 усл. печ. л.	220
2	Хавин В. П. Основы математического анализа. Дифференциальное и интегральное исчисление функций одной вещественной переменной : учебное пособие для вузов. Санкт-Петербург [и др.] : Лань, 1998. 446 с.	6

6.2. Электронная учебно-методическая литература

Вид литературы	Наименование разработки	Ссылка на информационный ресурс	Доступность (сеть Интернет / локальная сеть; авторизованный / свободный доступ)
Дополнительная литература	Макагонова М. А. Приложения определенного интеграла : учебно-методическое пособие / М. А. Макагонова, И. В. Гонкоева. - Пермь: Издательство ПНИПУ, 2014.	http://elib.pstu.ru/Record/RUPNRPUelib4568	локальная сеть; свободный доступ
Дополнительная литература	Смышляева Т. В. Математика: введение в анализ, дифференциальное исчисление функции одной переменной : учебное пособие для вузов / Т. В. Смышляева, Е. Ю. Рекка. - Пермь: Изд-во ПНИПУ, 2013.	http://elib.pstu.ru/Record/RUPNRPUelib3593	локальная сеть; свободный доступ
Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов	Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы : учебно-методическое пособие для студентов 2 курса / Пермский государственный технический университет, Кафедра высшей математики; Сост. М. А. Макагонова [и др.]. - Пермь: Изд-во ПГТУ, 2007.	http://elib.pstu.ru/Record/RUPNRPUelib2690	локальная сеть; свободный доступ
Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов	Круглов Е. В. Основные методы вычисления интегралов : учебно-методическое пособие / Круглов Е. В., Таланова Е. А. - Нижний Новгород: ННГУ им. Н. И. Лобачевского, 2019.	http://elib.pstu.ru/Record/lanRU-LAN-BOOK-144665	локальная сеть; авторизованный доступ

Вид литературы	Наименование разработки	Ссылка на информационный ресурс	Доступность (сеть Интернет / локальная сеть; авторизованный / свободный доступ)
Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов	Макагонова М. А. Решение геометрических и физических задач с помощью определенного интеграла : методические указания / М. А. Макагонова, И. В. Тонкоева. - Пермь: Издательство ПНИПУ, 2014.	http://elib.pstu.ru/Record/RUPNRPUelib4541	локальная сеть; свободный доступ
Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов	Математический анализ : учебно-методическое пособие / Высочанская, Е. Ю., Кочегарова, О. С., Малышева, Л. В., Попова, А. А. Математический анализ. Саратов : Саратовский государственный технический университет имени Ю.А. Гагарина, ЭБС АСВ, 2023. 176 с	https://elib.pstu.ru/Record/RUIPRSMART131667	локальная сеть; авторизованный доступ
Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов	Мерзликина, Я. А., Соснина, Э. Г. Математический анализ. Интегральное исчисление : учебное пособие. Математический анализ. Интегральное исчисление. Новосибирск : Новосибирский государственный технический университет, 2022. 76 с.	https://elib.pstu.ru/Record/RUIPRSMART126502	локальная сеть; авторизованный доступ

6.3. Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение, используемое при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Вид ПО	Наименование ПО
Офисные приложения.	МойОфис Стандартный. , реестр отечественного ПО, необходима покупка лицензий.
Прикладное программное обеспечение общего назначения	Dr.Web Enterprise Security Suite, 3000 лиц, ПНИПУ ОЦНИТ 2017
Прикладное программное обеспечение общего назначения	Mathematica Professional Version (лиц.L3263-7820*)

6.4. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Наименование	Ссылка на информационный ресурс
Научная библиотека Пермского национального исследовательского политехнического университета	https://elib.pstu.ru/

Наименование	Ссылка на информационный ресурс
Образовательная платформа Юрайт	https://urait.ru/
Электронно-библиотечная система Лань	https://e.lanbook.com/
Электронно-библиотечная система IPRsmart	http://www.iprbookshop.ru/
Информационные ресурсы Сети КонсультантПлюс	локальная сеть

7. Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине

Вид занятий	Наименование необходимого основного оборудования и технических средств обучения	Количество единиц
Лекция	доска	1
Практическое занятие	доска	1

8. Фонд оценочных средств дисциплины

Описан в отдельном документе

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Пермский национальный исследовательский политехнический
университет»

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине
«Математический анализ 1»

Приложение к рабочей программе дисциплины

Направление подготовки: 01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

Пермь, 2024

Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине является частью (приложением) к рабочей программе дисциплины. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине разработан в соответствии с общей частью фонда оценочных средств для проведения промежуточной аттестации основной образовательной программы, которая устанавливает систему оценивания результатов промежуточной аттестации и критерии выставления оценок. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине устанавливает формы и процедуры текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине.

Предусмотрены аудиторские лекционные и практические занятия, а также самостоятельная работа студентов. В рамках освоения учебного материала дисциплины формируются компоненты компетенций знать, уметь, владеть, указанные в РПД, которые выступают в качестве контролируемых результатов обучения по дисциплине.

Контроль уровня усвоенных знаний, усвоенных умений и приобретенных владений осуществляется в рамках текущего, рубежного и промежуточного контроля при изучении теоретического материала и в ходе практических занятий, а также на экзамене. Итоговой оценкой достижения результатов обучения по дисциплине является промежуточная аттестация в виде экзамена, проводимая с учетом результатов текущего и рубежного контроля.

1. Виды контроля, типовые контрольные задания и шкалы оценивания результатов обучения

Текущий контроль успеваемости имеет целью обеспечение максимальной эффективности учебного процесса, управление процессом формирования заданных компетенций обучаемых, повышение мотивации к учебе и предусматривает оценивание хода освоения дисциплины. В соответствии с Положением о проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, специалитета и магистратуры в ПНИПУ предусмотрены следующие виды и периодичность текущего контроля успеваемости обучающихся:

– входной контроль, проверка исходного уровня подготовленности обучающегося и его соответствия предъявляемым требованиям для изучения данной дисциплины;

- текущий контроль усвоения материала (уровня освоения компонента «знать» заданных компетенций) на каждом групповом занятии и контроль посещаемости лекционных занятий;

- промежуточный и рубежный контроль освоения обучаемыми отдельных компонентов «знать», «уметь» заданных компетенций путем компьютерного или бланочного тестирования, контрольных опросов, контрольных работ (индивидуальных домашних заданий), защиты отчетов по лабораторным работам, рефератов, эссе и т.д.

Рубежный контроль по дисциплине проводится на следующей неделе после прохождения модуля дисциплины, а промежуточный – во время каждого контрольного мероприятия внутри модулей дисциплины;

- межсессионная аттестация, единовременное подведение итогов текущей успеваемости не менее одного раза в семестр по всем дисциплинам для каждого направления подготовки (специальности), курса, группы;

- контроль остаточных знаний.

2.1. Текущий контроль усвоения материала

Текущий контроль усвоения материала в форме собеседования, выборочного теоретического опроса или контрольной работы проводится по каждой теме. Результаты по 4-балльной шкале оценивания заносятся в книжку преподавателя и учитываются в виде интегральной оценки при проведении промежуточной аттестации.

2.1.1. Текущая контрольная работа

Согласно РПД запланировано 11 контрольных работ.

Типовые шкала и критерии оценки приведены в общей части ФОС образовательной программы.

2.2. Рубежный контроль

Рубежный контроль для комплексного оценивания усвоенных знаний, усвоенных умений и приобретенных владений проводится в форме рубежного тестирования. Рубежное тестирование проводится централизованно для всех групп, изучающих предмет в данный момент. Полный перечень тестовых вопросов по каждому модулю загружен в систему компьютерного тестирования СКТ ПНИПУ.

2.2.1. Рубежное тестирование

Согласно РПД запланировано 6 рубежных тестирований.

Типовые шкала и критерии оценки приведены в общей части ФОС образовательной программы.

2.3. Промежуточная аттестация (итоговый контроль)

Допуск к промежуточной аттестации осуществляется по результатам текущего и рубежного контроля. Условиями допуска является положительная

интегральная оценка по результатам текущего и рубежного контроля.

Промежуточная аттестация по дисциплине, согласно РПД, проводится в виде дифференцированного зачета и экзамена устно по билетам.

а) Дифференцированный зачет.

Дифференцированный зачет по дисциплине проводится в следующей форме: студент должен ответить на один теоретический вопрос (ТВ) и выполнить одно практическое задание (ПЗ). При выставлении оценки учитываются итоги проведенного текущего и рубежного контроля, выполнение заданий всех практических занятий.

б) Экзамен.

Экзамен проводится в устной форме по билетам. Билет содержит два теоретических вопроса и одно практическое задание.

Билет содержит теоретические вопросы (ТВ) для проверки усвоенных знаний и практическое задание (ПЗ) для проверки освоенных умений и приобретенных владений всех заявленных компетенций.

Билет формируется таким образом, чтобы в него попали вопросы и практические задания, контролирующие уровень сформированности *всех* заявленных компетенций. Форма билета представлена в общей части ФОС образовательной программы.

2.3.3. Шкалы оценивания результатов обучения при дифференцированном зачете и экзамене.

Оценка результатов обучения по дисциплине в форме уровня сформированности компонентов *знать, уметь, владеть* заявленных компетенций проводится по 4-х балльной шкале оценивания путем выборочного контроля во время дифференцированного зачета и экзамена.

Типовые шкалы и критерии оценки результатов обучения при дифференцированном зачете и экзамене для компонентов *знать, уметь, владеть* приведены в общей части ФОС образовательной программы.

3. Критерии оценивания уровня сформированности компонентов и компетенций

3.1. Оценка уровня сформированности компонентов компетенций

При оценке уровня сформированности компетенций в рамках выборочного контроля при дифференцированном зачете и экзамене считается, что *полученная оценка за компонент проверяемой в билете компетенции обобщается на соответствующий компонент всех компетенций, формируемых в рамках данной учебной дисциплины.*

Типовые критерии и шкалы оценивания уровня сформированности компонентов компетенций приведены в общей части ФОС образовательной программы.

3.2. Оценка уровня сформированности компетенций

Общая оценка уровня сформированности всех компетенций проводится путем агрегирования оценок, полученных студентом за каждый компонент формируемых компетенций, с учетом результатов текущего и рубежного контроля в виде интегральной оценки по 4-х балльной шкале. Все результаты контроля заносятся в оценочный лист и заполняются преподавателем по итогам промежуточной аттестации.

Форма оценочного листа и требования к его заполнению приведены в общей части ФОС образовательной программы.

При формировании итоговой оценки промежуточной аттестации в виде дифференцированного зачета и экзамена используются типовые критерии, приведенные в общей части ФОС образовательной программы.

ЗАДАНИЯ ПО ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЕ

Правильный ответ	Содержание вопроса	Компетенция
монотонно возрастающей	Последовательность, в которой каждый последующий член больше предыдущего, называется	ОПК-1
монотонно убывающей	Последовательность, в которой каждый последующий член меньше предыдущего, называется	ОПК-1
бесконечно большой	Переменная величина, обратная к бесконечно малой при $x \rightarrow x_0$ является	ОПК-1
Приращением функции	Разность $f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$ называется $f(x)$ в точке x_0 .	ОПК-1
Производной функции	Предел отношения приращения функции в точке x_0 к соответствующему приращению аргумента называется в точке x_0 .	ОПК-1
Тангенсу угла	Производная функции $y = f(x)$ в точке x_0 равна наклона касательной, проведенной к графику функции $y = f(x)$ в точке $(x_0, f(x_0))$.	ОПК-1
Наибольшим значением	Если в некотором интервале функция $f(x)$ непрерывна и имеет только один максимум, то значение функции в точке максимума будет функции в этом интервале.	ОПК-1
неопределенным интегралом	Если функция $F(x)$ является первообразной для функции $f(x)$, то совокупность функций $F(x) + c$, где c - произвольная константа, называется от функции $f(x)$.	ОПК-1
областью определения	Совокупность точек плоскости (x, y) , при которых определяется функция $z = f(x, y)$, называется функции f .	ОПК-1
Точкой максимума	Если для всех точек $M(x, y)$, принадлежащих некоторой окрестности точки $M_0(x_0, y_0)$, и отличных от нее, выполнено неравенство $f(x, y) < f(x_0, y_0)$, то точка M_0 называется	ОПК-1
Точкой минимума	Если для всех точек $M(x, y)$, принадлежащих	ОПК-1

	некоторой окрестности точки $M_0(x_0, y_0)$, и отличных от нее, выполнено неравенство $f(x, y) > f(x_0, y_0)$, то точка M_0 называется	
Определенного интеграла	Вычисление криволинейного интеграла второго рода сводится к вычислению	ОПК-1
Скалярное поле	Если в области D задана скалярная функция точки $u(p)$, то говорят, что в этой области задано... ..	ОПК-1
Трех переменных	Пространственное скалярное поле задается с помощью функции	ОПК-1
Приращением функции	Если $u = F(x, y, z)$ дифференцируемая функция скалярного поля, а $P(x, y, z)$ и $P_1(x + \Delta x, y + \Delta y, z + \Delta z)$ точки этого поля на луче l , выходящем из точки P , то $\Delta_l u = F(x + \Delta x, y + \Delta y, z + \Delta z) - F(x, y, z)$ называется в направлении l .	ОПК-1
Скорость изменения	Производная скалярного поля по направлению l характеризует функции в точке P в данном направлении.	ОПК-1
Градиентом скалярного	Вектор, координатами которого являются значения частных производных функции скалярного поля $u = u(x, y, z)$ в точке $P(x, y, z)$, называется поля.	ОПК-1
Нормали к поверхности	Направление градиента скалярного поля $u(x, y, z)$ в каждой точке совпадает с направлением уровня скалярного поля, проходящей через эту точку.	ОПК-1
Векторной линией (силовой линией)	Линия, в каждой точке которой векторное поле направлено по касательной называется	ОПК-1
замкнутую поверхность	Если дивергенция векторного поля \vec{a} во всех точках равна нулю, то поток векторного поля \vec{a} через любую равен нулю.	ОПК-1
Поверхностный интеграл второго рода $\iint_{\sigma} (a, n^0) d\sigma$, где n^0 – единичная нормаль к поверхности σ называется потоком векторного поля \vec{a} через поверхность σ .	ОПК-1
Поток векторного поля $\vec{a} = P\vec{i} + Q\vec{j} + R\vec{k}$ через замкнутую поверхность σ равен тройному интегралу от дивергенции векторного поля по телу, ограниченному поверхностью σ .	ОПК-1

1	<p>Если $u = u(x)$ и $v = v(x)$ - дифференцируемые в точке x_0 функции и $v(x_0) \neq 0$, производная частного $\frac{u(x)}{v(x)}$ в точке x_0 равна...</p> <ol style="list-style-type: none"> $\frac{u'v - v'u}{v^2}$ $\frac{u'v + v'u}{v^2}$ $\frac{uv' - vu' }{v^2}$ $\frac{u'}{v'}$ 	ОПК-1
2	<p>Производная функции $y = (x - 7) \ln x$ равна ...</p> <ol style="list-style-type: none"> $y' = \frac{1}{x}$ $y' = 1 - \frac{7}{x} + \ln x$ $y' = \frac{1}{x} + (x - 7)$ $y' = 1 - \frac{7}{x}$ 	ОПК-1
1	<p>Если функция $y = f(x)$ непрерывна на отрезке $[a, b]$ и имеет конечную производную в каждой точке интервала (a, b), то найдется, по крайней мере одна, внутренняя точка $c \in (a; b)$, для которой выполнено равенство...</p> <ol style="list-style-type: none"> $f(b) - f(a) = f'(c)(b - a)$ $f'(c) = 0, a < c < b$ $f(b) - f(a) = f'(c)$ $f(b) - f(a) = f'(c)$ 	ОПК-1
3	<p>Укажите метод интегрирования для случая $\int e^{ax}(ax+b)dx$, где a, b - действительные числа, a - постоянное число.</p> <ol style="list-style-type: none"> подведение под знак дифференциала замена переменной применение формулы интегрирования 	ОПК-1

	<p>по частям</p> <p>4. непосредственное интегрирование</p>	
3	<p>Для данного знакочередующегося ряда</p> $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3\sqrt{n}}$ <p>имеет место утверждение...</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. ряд сходится абсолютно 2. ряд расходится 3. ряд сходится условно 4. по признаку Лейбница нельзя выяснить вопрос об условной сходимости ряда 	ОПК-1
4	<p>В разложении четной функции $f(x)$ с периодом $T = 2\pi$ в ряд Фурье</p> $\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos nx + b_n \sin nx$ <p>коэффициенты a_n могут быть найдены по формуле...</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. $\int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos nx dx$ 2. $\frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} f(x) \cos nx dx$ 3. $2 \int_0^{\pi} f(x) \cos nx dx$ 4. $\frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} f(x) \cos nx dx$ 	ОПК-1
2	<p>Интеграл $\iint_D f(x, y) dx dy$, где область D ограничена линиями $y = x$, $x = 1$, $y = 0$, равен повторному интегралу...</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. $\int_0^1 dx \int_1^y f(x, y) dy$ 2. $\int_0^1 dx \int_0^x f(x, y) dy$ 3. $\int_0^1 dy \int_0^{y+1} f(x, y) dx$ 4. $\int_0^1 dy \int_0^1 f(x, y) dx$ 	ОПК-1

3	<p>Интеграл $\iint_D f(x, y) dx dy$, где область D ограничена линиями $x^2 + y^2 = 3, x^2 + y^2 = 4$, в полярной системе координат приводится к повторному интегралу...</p> <ol style="list-style-type: none"> $\int_0^{2\pi} d\varphi \int_{\sqrt{3}}^2 f(\rho \cos \varphi, \rho \sin \varphi) d\rho$ $\int_0^{\pi} d\varphi \int_3^4 f(\rho \cos \varphi, \rho \sin \varphi) \rho d\rho$ $\int_0^{2\pi} d\varphi \int_{\sqrt{3}}^2 f(\rho \cos \varphi, \rho \sin \varphi) \rho d\rho$ $\int_0^{\pi} d\varphi \int_0^2 f(\rho \cos \varphi, \rho \sin \varphi) d\rho$ 	ОПК-1
1	<p>Тройной интеграл $\iiint_V f(x, y, z) dx dy dz$ по области, ограниченной поверхностями $z = 2(x^2 + y^2)$, $z = 4$, в цилиндрической системе координат равен повторному ...</p> <ol style="list-style-type: none"> $\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\sqrt{2}} \rho d\rho \int_{2\rho^2}^4 f(\rho \cos \varphi, \rho \sin \varphi, z) dz$ $\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^2 \rho d\rho \int_{2\rho^2}^4 f(\rho \cos \varphi, \rho \sin \varphi, z) dz$ $\int_0^{\pi} d\varphi \int_0^2 \rho d\rho \int_{2\rho}^4 f(\rho \cos \varphi, \rho \sin \varphi, z) dz$ $\int_0^{\pi} d\varphi \int_0^2 d\rho \int_{\rho}^4 f(\rho \cos \varphi, \rho \sin \varphi, z) dz$ 	ОПК-1
1	<p>Объем тела, ограниченного поверхностями $z = \sqrt{x^2 + y^2}$, $x^2 + y^2 + z^2 = 16$, ($z \geq 0$), в сферической системе координат выражается повторным интегралом...</p> <ol style="list-style-type: none"> $\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\frac{\pi}{4}} d\theta \int_0^4 r^2 \sin \theta dr$ $\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\frac{\pi}{4}} d\theta \int_0^4 r \cos \theta dr$ 	ОПК-1

	$3. \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\frac{\pi}{3}} d\theta \int_0^4 r^2 \sin \theta dr$ $4. \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\frac{\pi}{6}} d\theta \int_0^4 r^2 \sin \theta dr$	
1	<p>Дивергенция векторного поля $\vec{a} = \{P, Q, R\}$ может быть вычислена по формуле ...</p> $1. \operatorname{div} \vec{a} = \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} + \frac{\partial R}{\partial z}$ $2. \operatorname{div} \vec{a} = \left\{ \frac{\partial P}{\partial x}; \frac{\partial Q}{\partial y}; \frac{\partial R}{\partial z} \right\}$ $3. \operatorname{div} \vec{a} = \frac{\partial P}{\partial x} \cdot \frac{\partial Q}{\partial y} \cdot \frac{\partial R}{\partial z}$ $4. \operatorname{div} \vec{a} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ P & Q & R \end{vmatrix}$	ОПК-1
5	Значение предела $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{25n^2 + 6n - 7}{5n^3 + 2n + 1}$ равно ...	ОПК-1
0	Значение предела $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+5} - \sqrt{n-2})$ равно...	ОПК-1
5	Наименьшее целое значение x , принадлежащее области определения функции $y = \ln(x-4)$, равно...	ОПК-1
2	Значение предела $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 4}{4x - 3}$ равно ...	ОПК-1
0	Значение предела $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{3x-1}{6x+1} \right)^{x+1}$ равно ...	ОПК-1
4	Значение предела $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 2x}{x^2}$ равно ...	ОПК-1
2	<p>Количество точек разрыва функции</p> $y = \begin{cases} x+1, & x \leq -1 \\ x^2, & -1 < x \leq 1 \\ 1-x, & x > 1 \end{cases}$ равно...	ОПК-1
-4	Угловой коэффициент касательной к графику функции $y = 2x^2 - 4x + 1$,	ОПК-1

	проведенной в точке с абсциссой $x = 0$, равен...	
6	Длина интервала, на котором функция $y = x^3 - 6x^2 - 15x + 8$ убывает, равна...	ОПК-1
3	Абсцисса точки минимума функции $y = 2x^3 - 12x^2 + 18x - 7$ равна...	ОПК-1
1	Прямая $x = a$ является вертикальной асимптотой графика функции $y = \frac{x+1}{x^2-1}$ при значении a , равном...	ОПК-1
20	Равенство $\int \frac{dx}{16x^2 + 25} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{4x}{5} + C$ выполнено, если a равно...	ОПК-1
4	Число простейших дробей в разложении дробно – рациональной функции $\frac{x^2 + x - 1}{x^4 + 6x^3}$ на сумму простейших дробей равно...	ОПК-1
1,5	Значение интеграла $\int_0^1 (x+1) dx$ равно...	ОПК-1
12	Если $z = 3x^2 y + \ln x$, то значение $\frac{\partial z}{\partial y}$ в точке $M(2; 1)$ равно....	ОПК-1
5	Модуль градиента скалярного поля $z = (x - y)^2 - 2x + y$ в точке $A(0; 1)$ равен ...	ОПК-1
2	Абсцисса критической точки функции $z = x^2 + y^2 - 4x - 4y + 25$ равна ...	ОПК-1
12	Коэффициент a_0 разложения функции $f(x) = x^2 - 1$ в ряд Фурье на интервале $(-3, 3)$ равен...	ОПК-1
4	Интеграл $\int \frac{\sqrt[4]{x}}{1 - \sqrt{x}} dx$ приводится к интегралу от рациональной функции подстановкой $z = \sqrt[k]{x}$, если k равно...	ОПК-1
0	Согласно формуле Грина, криволинейный интеграл $\oint_L 2x dx - 4y dy$ по замкнутому контуру $L: x^2 + y^2 = 2$, в положительном направлении обхода, равен...	ОПК-1

4	Дивергенция векторного поля $\vec{u} = (x - 2y)^2 \vec{i} + xy \vec{j} - z^2 \vec{k}$ в точке A(2;0;1) равна	ОПК-1
1	Векторное поле $\vec{a} = (x - y) \vec{i} + p(2x + 3y) \vec{j} + (x - 4z) \vec{k}$ является соленоидальным при значении параметра p равном...	ОПК-1